

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
  - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
  - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
  - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

### OPCIÓN A

#### EJERCICIO 1

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ .

- (1.7 puntos) Resuelva la ecuación matricial  $A^2 \cdot X + C = 2B$ .
- (0.8 puntos) ¿Qué dimensiones deben tener las matrices  $P$  y  $Q$  para que las matrices  $(B+C) \cdot P$  y  $B \cdot Q \cdot C^t$  sean cuadradas?

#### EJERCICIO 2

De una función continua y derivable,  $f$ , se sabe que la gráfica de la función derivada,  $f'$ , es una parábola que pasa por los puntos  $(-1, 0)$  y  $(3, 0)$  y que tiene su vértice en el punto  $(1, -2)$ .

- (1.5 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f$ , así como la existencia de extremos.
- (1 punto) Si  $f(1) = 2$ , encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

#### EJERCICIO 3

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos aleatorios tales que

$$P(A) = 0.3, \quad P(B) = 0.6, \quad P(A^c \cap B^c) = 0.28.$$

- (1 punto) Halle la probabilidad de que ocurran ambos sucesos a la vez.
- (1 punto) Calcule la probabilidad de que ocurra  $A$  sabiendo que no ha ocurrido  $B$ .
- (0.5 puntos) ¿Son  $A$  y  $B$  independientes?

#### EJERCICIO 4

Una cadena de hipermercados decide estudiar la proporción de artículos de un determinado tipo que tienen defectos en su envoltorio. Para ello, selecciona aleatoriamente 2000 artículos de este tipo entre sus hipermercados y encuentra que 19 de ellos tienen defectos en su envoltorio.

- (1.5 puntos) Determine un intervalo, al 95% de confianza, para la proporción real de artículos con este tipo de defecto e interprete el resultado obtenido.
- (1 punto) ¿Cuántos artículos, como mínimo, deberá seleccionar para que, con un nivel de confianza del 99%, la proporción muestral difiera de la proporción real a lo sumo en un 1%?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
  - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
  - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
  - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

### OPCIÓN B

#### EJERCICIO 1

a) **(1.5 puntos)** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

$$2x - y \leq -2 \quad 4x - 2y \geq -10 \quad 5x - y \leq 4 \quad x \geq 0$$

b) **(1 punto)** Calcule los valores extremos de la función  $F(x, y) = 6x - 3y$ , en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

#### EJERCICIO 2

Sea la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + a & \text{si } x < 2 \\ \frac{1}{x-1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) **(1.3 puntos)** Calcule el valor de  $a$  para que la función sea continua en  $x = 2$ . Para ese valor de  $a$  obtenido, ¿es derivable la función en  $x = 2$ ?
- b) **(1.2 puntos)** Para  $a = 4$ , estudie la monotonía y calcule las ecuaciones de las asíntotas, si existen.

#### EJERCICIO 3

El aparcamiento de una sala de conciertos está completo el 85% de los días. El 90% de los días que el aparcamiento está completo, la sala de conciertos está llena, y el 22% de los días que el aparcamiento no está completo, la sala de conciertos no está llena.

Elegido un día al azar,

- a) **(1.5 puntos)** ¿cuál es la probabilidad de que la sala de conciertos esté llena?
- b) **(1 punto)** Si se sabe que la sala de conciertos está llena, ¿cuál es la probabilidad de que el aparcamiento esté completo?

#### EJERCICIO 4

a) **(1.25 puntos)** Se desea tomar una muestra aleatoria estratificada de las personas mayores de edad de un municipio, cuyos estratos son los siguientes intervalos de edades, en años: de 18 a 30, de 31 a 45, de 46 a 60 y mayores de 60. En el primer intervalo hay 7500 personas, en el segundo hay 8400, en el tercero 5700 y en el cuarto 3000. Calcule el tamaño de la muestra total y su composición, sabiendo que el muestreo se hace con afijación proporcional y se han elegido al azar 375 personas del primer estrato.

b) **(1.25 puntos)** Dada la población  $\{2, 4, 6\}$  construya todas las muestras posibles de tamaño 2, que se puedan formar mediante muestreo aleatorio simple, y halle la varianza de las medias muestrales de todas las muestras.